Álgebra I - Parcial 1 - 2017 - 13/mayo/2017

Nombre y Apellido: ____

DNI: ____

Nro. hojas entregadas: ____

Recomendaciones:

- Realizar los ejercicios en el orden que a usted le resulte más cómodo.
- Procurar utilizar lapicera y poner ejercicios distintos en hojas separadas.
- Leer cuidadosamente cada enunciado, y tener la mayor claridad y precisión en la respuesta.
- Tratar de poner la mayor cantidad de pasos y argumentación posible (no poner resultados sueltos sin justificación alguna).

1. **[6 puntos]** Redactar el enunciado del Principio de Inducción, para una propiedad P, en general, de los números naturales.

2. **[12 puntos]** Unir con flechas cada concepto de la columna de la izquierda con el cálculo matemático que le corresponde en la columna de la derecha (hay una opción del lado derecho que sobra).

Cantidad de formas en que, de un conjunto de n elementos, se pueden extraer k elementos en un orden dado.	$\dfrac{(n+k-1)!}{(k-1)!n!}$
Cantidad de formas en que se puede ordenar un conjunto de n elementos.	2^n
Cantidad de subconjuntos posibles de un conjunto de n elementos.	$n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1).$
Cantidad de formas en que, de un conjunto de n elementos, se pueden extraer k elementos (sin que importe el orden).	$n!$
Cantidad de anagramas de una palabra de longitud n, tal que una de sus letras se repite k veces, y el resto de letras se repite una sola vez.	$\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$
Cantidad de formas en que n elementos indistinguibles se pueden distribuir en k cajas.	$\dfrac{(n-1)!}{(k-1)!}$
____	$\dfrac{n!}{k!}$

3. **[27 puntos]** Desarrollar la teoría de **números complejos**, explayándose lo mejor posible, teniendo en cuenta estos temas: unidad imaginaria, potencias de la unidad imaginaria, representación gráfica (binómica y trigonométrica), conjugado y sus propiedades, productos y potencias en forma trigonométrica, Teorema Fundamental del Álgebra, raíces enésimas.

4. **[10 puntos]** Calcular y escribir el resultado en forma binómica.
$$\frac{Re(2e^{i\pi/4})}{2-i}$$

5. **[12 puntos]** Resolver la ecuación $Z^5 - (4+4i) = 0$.

6. **[17 puntos]** En los siguientes ítems, realizar un gráfico que describa el conjunto solución de las ecuaciones dadas y dar una breve justificación:
(a) $|z-(4+2i)| = 3$ (b) $-\pi/4 \leq \arg(z) \leq \pi/4$.

7. **[16 puntos]** ¿De cuántas maneras puede un alumno responder un examen de 11 preguntas si para hacerlo debe responder al menos 9?

Álgebra I - Parcial 1 - 2017 - 19/mayo/2017

Nombre y Apellido: ______________________________
DNI: ______________________________
Nro. hojas entregadas: ______________________________
Recomendaciones:

- Realizar los ejercicios en el orden que a usted le resulte más cómodo.
- Procurar utilizar lapicera y poner ejercicios distintos en hojas separadas.
- Leer cuidadosamente cada enunciado, y tener la mayor claridad y precisión en la respuesta.
- Tratar de poner la mayor cantidad de pasos y argumentación posible (no poner resultados sueltos sin justificación alguna).

1. [**6 puntos**] (Tema Inducción: no aplica para revisión especial).

2. [**12 puntos**] (Tema Combinatoria: no aplica para revisión especial).

3. [**27 puntos, 50 minutos**] Desarrollar la teoría de **números complejos**, explayándose lo mejor posible, teniendo en cuenta estos temas: unidad imaginaria, potencias de la unidad imaginaria, representación gráfica (binómica y trigonométrica), conjugado y sus propiedades, productos y potencias en forma trigonométrica, raíces enésimas.

   Acompañar con gráficos cuando sea adecuado.

4. [**10 puntos, 20 minutos**] Calcular y escribir el resultado en forma binómica.

   $\arg(-\sqrt{2}+\sqrt{2}\,i) + \mathrm{Re}\left(\dfrac{\overline{3i}}{1+2i}\right)$

5. [**12 puntos, 25 minutos**] Hallar todas las raíces complejas de la ecuación $z^4 - (3+4i)z = 0$.

6. [**17 puntos, 35 minutos**] En los siguientes ítems, realizar un gráfico que describa el conjunto solución de las ecuaciones dadas y dar una breve justificación:

   (a) $|z-(1+4i)| = 2$ (b) $\arg(\bar{z}) = 3\pi/4$.

7. [**16 puntos**] (Tema combinatoria: no aplica para revisión especial).

Álgebra I - Parcial 1 - 2017 - 09/junio/2017

Nombre y Apellido: ____________________
DNI: ____________________
Nro. hojas entregadas: ____________________
Recomendaciones:

- Realizar los ejercicios en el orden que a usted le resulte más cómodo.
- Procurar utilizar lapicera y poner ejercicios distintos en hojas separadas.
- Leer cuidadosamente cada enunciado, y tener la mayor claridad y precisión en la respuesta.
- Tratar de poner la mayor cantidad de pasos y argumentación posible (no poner resultados sueltos sin justificación alguna).

1. [**6 puntos**] (Tema Inducción: no aplica para revisión especial).
2. [**12 puntos**] (Tema Combinatoria: no aplica para revisión especial).
3. [**27 puntos, 50 minutos**] Desarrollar la teoría de **números complejos**, explayándose lo mejor posible, teniendo en cuenta estos temas: unidad imaginaria, potencias de la unidad imaginaria, representación gráfica (binómica y trigonométrica), conjugado y sus propiedades, productos y potencias en forma trigonométrica, raíces enésimas.

   Acompañar con gráficos cuando sea adecuado.
4. [**10 puntos, 20 minutos**] Calcular y escribir el resultado en forma binómica.

   $\arg\left(\overline{1-i}\right) + \left(\dfrac{\mathrm{Re}(2i+1)}{5+i}\right)$
5. [**12 puntos, 25 minutos**] Hallar todas las raíces complejas de la ecuación $z^3 - (1+i)z^2 = 0$.
6. [**17 puntos, 35 minutos**] En los siguientes ítems, realizar un gráfico que describa el conjunto solución de las ecuaciones dadas y dar una breve justificación:

   (a) $|z-(2-i)| = 2$ (b) $\arg(-z) = 5\pi/4$.
7. [**16 puntos**] (Tema combinatoria: no aplica para revisión especial).

Álgebra I - Parcial 1 - 2017 - 16/junio/2017

Nombre y Apellido: ______________________________
DNI: ______________________________
Nro. hojas entregadas: ______________________________
Recomendaciones:

- Realizar los ejercicios en el orden que a usted le resulte más cómodo.
- Procurar utilizar lapicera y poner ejercicios distintos en hojas separadas.
- Leer cuidadosamente cada enunciado, y tener la mayor claridad y precisión en la respuesta.
- Tratar de poner la mayor cantidad de pasos y argumentación posible (no poner resultados sueltos sin justificación alguna).

1. [**6 puntos**] (Tema Inducción: no aplica para revisión especial).
2. [**12 puntos**] (Tema Combinatoria: no aplica para revisión especial).
3. [**27 puntos, 50 minutos**] Desarrollar la teoría de **números complejos**, explayándose lo mejor posible, teniendo en cuenta estos temas: unidad imaginaria, potencias de la unidad imaginaria, representación gráfica (binómica y trigonométrica), conjugado y sus propiedades, productos y potencias en forma trigonométrica, raíces enésimas.

   Acompañar con gráficos cuando sea adecuado.
4. [**10 puntos, 20 minutos**] Calcular y escribir el resultado en forma binómica.
   $\left(\dfrac{\mathrm{Re}(2i-5)}{4-3i}\right) + \arg\left(\overline{-1+2i}\right)$
5. [**12 puntos, 25 minutos**] Hallar todas las raíces complejas de la ecuación $z^4 - (3+3i)z^2 = 0$.
6. [**17 puntos, 35 minutos**] En los siguientes ítems, realizar un gráfico que describa el conjunto solución de las ecuaciones dadas y dar una breve justificación:
   (a) $|z-(3-7i)| = 2$ (b) $0 \leq \arg(z) \leq \pi/3$.
7. [**16 puntos**] (Tema combinatoria: no aplica para revisión especial).

Álgebra I - Segundo parcial - 13/junio/2017

TEMA 1

Nombre: ____________________
Apellido: ____________________
DNI: ____________________
Cantidad hojas entregadas: ____________________

Nota obtenida: ____________________

1. **[6 puntos]** Sean $A(x)$, $B(x)$, polinomios en un cuerpo $\mathbb{K}$, tales que $B(x)$ es no nulo, y supongamos que se pretende dividir $A(x)$ por $B(x)$.

   En tal caso, enunciar el **Algoritmo de la División** de polinomios con coeficientes en un cuerpo $\mathbb{K}$.

2. En cada ítem, indicar si es **verdadero** o **falso**.

   (En este ejercicio no se pide demostrar).

   (a) **[2 puntos]** Sea $P(x)$ un polinomio con coeficientes en $\mathbb{R}$, con grado $n > 1$, se cumple:
   Si $z \in \mathbb{C}$ es raíz de $P(x)$, entonces su conjugado $\bar{z}$ también es raíz de $P(x)$.

   (b) **[2 puntos]** Para todo $P(x)$ polinomio con coeficientes en $\mathbb{C}$, con grado $n > 1$, se cumple que:
   Si $z \in \mathbb{C}$ es raíz de $P(x)$, entonces su conjugado $\bar{z}$ también es raíz de $P(x)$.

   (c) **[2 puntos]** Sea $P(x)$ un polinomio con coeficientes en $\mathbb{C}$, con grado $n > 1$.
   Si α es una raíz de $P(x)$, entonces $P(x) = Q(x)(x - a)$ para algún polinomio $Q(x) \in \mathbb{C}[X]$.

3. **[7 puntos]** Elegir uno de los ítems (a), (b) ó (c) del Ejercicio 2, y: **demostrarlo** (en caso de haber indicado **verdadero**) ó dar un **contraejemplo** (en caso de haber indicado **falso**).

4. **[6 puntos]** Enunciar la relación entre la multplicidad k de una raíz z de un polinomio $P(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \ldots + c_{n-1}x^{n-1} + c_nx^n$ no nulo con coeficientes reales o complejos, y las derivadas de dicho polinomio.

5. **(a)** **[5 puntos]** Sean T matriz de dimensión $n \times n$, I la matriz identidad de $n \times n$.
   Si $C = I + \delta T$ y $D = I - \delta T$, con δ número real positivo cualquiera, probar que:
   $CD = DC$

   (b) **[5 puntos]** Elegir $n > 0$ y matrices cuadradas C, D de dimensión $n \times n$ tales que
   $CD \neq DC$.

6. Factorizar el polinomio siguiente en producto de irreducibles en el cuerpo que se indica en cada caso, sabiendo que $1 - i$ es raíz del primer factor:

$$P(x) = (x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 8x + 8)(x^3 + x^2 + x + 1).$$

   (a) **[10 puntos]** En $\mathbb{R}$. (b) **[15 puntos]** En $\mathbb{C}$.

7. **[10 puntos]** Calcular el determinante justificando los pasos:

$$\det\left(\begin{bmatrix} 201 & 202 & 203 \\ 204 & 205 & 206 \\ 207 & 208 & 209 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 204 & 205 & 206 \\ 207 & 208 & 209 \\ 201 & 202 & 203 \end{bmatrix}\right)$$

8. **[15 puntos]** Determinar los valores $\lambda \in \mathbb{R}$ para los que el sistema siguiente sea consistente:

$$\begin{cases} 5x + y - 2z = \lambda \\ 2x - y - 3z = \lambda - 3 \\ 3x + 2y + z = \lambda + 1 \end{cases}$$

9. **[15 puntos]** Calcular la inversa de la matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 7 & -1 \\ 3 & 10 & 2 \end{bmatrix}$$

Álgebra I - Segundo parcial - 13/junio/2017

TEMA 2

Nombre: ______________________________
Apellido: ______________________________
DNI: ______________________________
Cantidad hojas entregadas: ______________________________

Nota obtenida: ______________________________

1. [**6 puntos**] Sean $C(x)$, $D(x)$, polinomios en un cuerpo $\mathbb{K}$, tales que $D(x)$ es no nulo, y supongamos que se pretende dividir $C(x)$ por $D(x)$.

En tal caso, enunciar el **Algoritmo de la División** de polinomios con coeficientes en el cuerpo $\mathbb{K}$.

2. En cada ítem, indicar si es **verdadero** o **falso**.

(En este ejercicio no se pide demostrar).

(a) [**2 puntos**] Sea $P(x)$ un polinomio con coeficientes en $\mathbb{R}$, con grado $n > 1$, se cumple:
Si para $z \in \mathbb{C}$, su conjugado $\bar{z}$ es raíz de $P(x)$, entonces z también es raíz de $P(x)$.

(b) [**2 puntos**] Para todo $P(x)$ polinomio con coeficientes en $\mathbb{C}$, con grado $n > 1$, se cumple que:
Si para $z \in \mathbb{C}$, su conjugado $\bar{z}$ es raíz de $P(x)$, entonces z también es raíz de $P(x)$.

(c) [**2 puntos**] Sea $P(x)$ un polinomio con coeficientes en $\mathbb{C}$, con grado $n > 1$.
Si α es una raíz de $P(x)$, entonces el resto de dividir $P(x)$ por $(x - a)$ es igual a $P(a)$.

3. [**7 puntos**] Elegir uno de los ítems (a), (b) ó (c) del Ejercicio 2, y: **demostrarlo** (en caso de haber indicado **verdadero**) ó dar un **contraejemplo** (en caso de haber indicado **falso**).

4. [**6 puntos**] Enunciar la relación entre la multplicidad m de una raíz z de un polinomio $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ no nulo con coeficientes reales o complejos, y las derivadas de dicho polinomio.

5. **(a)** [**5 puntos**] Sean T matriz de dimensión $n \times n$, I la matriz identidad de $n \times n$.
Si $A = I - \gamma T$ y $B = I + \gamma T$, con γ número real positivo cualquiera, probar que:
$BA = AB$

(b) [**5 puntos**] Elegir $n > 0$ y matrices cuadradas A, B de dimensión $n \times n$ tales que
$BA \neq AB$.

6. Factorizar el polinomio siguiente en producto de irreducibles en el cuerpo que se indica en cada caso, sabiendo que $1 + i$ es raíz del segundo factor:

$$P(x) = (x^3 + x^2 + x + 1)(x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 2).$$

(a) [**10 puntos**] En $\mathbb{R}$. (b) [**15 puntos**] En $\mathbb{C}$.

7. [**10 puntos**] Calcular el determinante justificando los pasos:

$$\det\left(\begin{bmatrix} 301 & 302 & 303 \\ 304 & 305 & 306 \\ 307 & 308 & 309 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 304 & 305 & 306 \\ 307 & 308 & 309 \\ 301 & 302 & 303 \end{bmatrix}\right)$$

8. [**15 puntos**] Determinar los valores $\lambda \in \mathbb{R}$ para los que el sistema siguiente sea consistente:

$$\begin{cases} 7x + y - 2z = \lambda \\ 3x - y - 3z = \lambda - 3 \\ 4x + 2y + z = \lambda + 1 \end{cases}$$

9. [**15 puntos**] Calcular la inversa de la matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 7 & 10 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Álgebra I - Prefinal- 05/julio/2017

TEMA 1

Nombre: ______________________________
Apellido: ______________________________
DNI: ______________________________
Cantidad hojas entregadas: ______________________________

Nota obtenida: ______________________________

1. Graficar el conjunto de soluciones en el plano complejo de la ecuación, y justificar:

$$2 \leq |z+3-i| \leq 3.$$

2. Hallar todas las raíces reales y complejas del siguiente polinomio, con su multiplicidad:

$$P(x) = 200 + 660x + 532x^2 - 220x^3 - 286x^4 + 85x^5 + 51x^6 - 25x^7 + 3x^8$$

Ayuda: una de las raíces es $(3-i)$.

3. Determinar el o los valores de α tal que el determinante de la siguiente matriz es igual a 5: Sean

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & \alpha & -3 \\ 4 & -4 & 5 \end{bmatrix}.$$

4. Aplicar el método de Gauss (escalonamiento) para resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} +\ x - y + z + t = 4 \\ -\ 2x + 3t = 1 \\ +\ 4x + 3y - 2z = 0 \\ \quad + 2y - 3z - t = -5 \end{cases}$$

5. [ESTE EJERCICIO SÓLO LO HACEN QUIENES TIENEN APROBADO 0 ó 1 PARCIALITO]

(a) Demostrar por inducción:

$$\forall n \in \mathbb{N} : \prod_{j=1}^{n} 3^{2j} = 3^{n^2+n}.$$

(b) Sea P un plano que pasa por los puntos $A = (-1, 4, 2)$, $B = (1, 0, -1)$, $C = (0, 1, 2)$. Obtener un vector normal al plano.

6. [ESTE EJERCICIO SÓLO LO REALIZAN QUIENES NO HAN ENTREGADO EL TRABAJO PRÁCTICO]

Dadas las siguientes ecuaciones cuadráticas, indicar si corresponden a: circunferencia, elipse, parábola, hipérbola. Justificar hallando la ecuación canónica correspondiente.

(a) $$x^2 + y^2/9 - 2x + 2y/3 + 1 = 0.$$

(b) $$x^2 - y^2 - 2y - 2 = 0.$$

7. [ESTE EJERCICIO SÓLO LO REALIZAN QUIENES NO HAN ENTREGADO EL TRABAJO PRÁCTICO]

Determinar los autovalores de la siguiente matriz, y determinar de cuál de ellos $v = (2, -14, -4)$ es un autovector asociado.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -3 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Álgebra I - Prefinal - 05/julio/2017

TEMA 2

Nombre: ____________________

Apellido: ____________________

DNI: ____________________

Cantidad hojas entregadas: ____________________

Nota obtenida: ____________________

1. Graficar el conjunto de soluciones en el plano complejo de la ecuación, y justificar:

$$1 < |z - 2 + i| \leq 4.$$

2. Hallar todas las raíces reales y complejas del siguiente polinomio, con su multiplicidad:

$$P(x) = -200 + 540x - 172x^2 - 868x^3 + 1270x^4 - 785x^5 + 255x^6 - 43x^7 + 3x^8$$

Ayuda: una de las raíces es $(3 - i)$.

3. Determinar el o los valores de α tal que el determinante de la siguiente matriz sea igual a -2:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -3 \\ \alpha & -4 & -5 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

4. Aplicar el método de Gauss (escalonamiento) para resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} & & + & 3y & & & & & = & -1 \\ + & x & + & y & + & 2z & - & t & = & 5 \\ - & 2x & & & - & z & + & 3t & = & 4 \\ - & 3x & - & y & - & 3z & + & 2t & = & 0 \end{cases}$$

5. [ESTE EJERCICIO SÓLO LO HACEN QUIENES TIENEN APROBADO 0 ó 1 PARCIALITO]

(a) Demostrar por inducción:

$$\forall n \in \mathbb{N} : \prod_{j=1}^{n} 5^{2j-1} = 5^{n^2}.$$

(b) Sea P un plano que pasa por los puntos $A = (1, 1, -2)$, $B = (1, 1, 1)$, $C = (-4, 3, 2)$. Obtener un vector normal al plano.

6. [ESTE EJERCICIO SÓLO LO REALIZAN QUIENES NO HAN ENTREGADO EL TRABAJO PRÁCTICO]

Dadas las siguientes ecuaciones cuadráticas, indicar si corresponden a: circunferencia, elipse, parábola, hipérbola. Justificar hallando la ecuación canónica correspondiente.

(a) $$9x^2 - 4y^2 - 24y - 72 = 0.$$

(b) $$y^2 - 2x + 1 - 8x + 8 = 0.$$

7. [ESTE EJERCICIO SÓLO LO REALIZAN QUIENES NO HAN ENTREGADO EL TRABAJO PRÁCTICO]

Determinar los autovalores de la siguiente matriz, y determinar de cuál de ellos $v = (6, 9, 3)$ es un autovector asociado.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & 5 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Álgebra 1 - 25/abril/2017 - Parcialito 1

Nombre y Apellido: ____________________

DNI: ____________________

Nro. hojas entregadas: ____________________

Ejercicio 1. Probar por inducción: $\forall n \in \mathbb{N} : n! \geq 2^{n-1}$.

Álgebra 1 - 25/abril/2017 - Parcialito 1

Nombre y Apellido: ____________________

DNI: ____________________

Nro. hojas entregadas: ____________________

Ejercicio 2. Probar por inducción: $\forall n \in \mathbb{N} : \Big[\sum_{i=1}^{n} n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}\Big]$.

Álgebra 1 - 25/abril/2017 - Parcialito 1

Nombre y Apellido: ____________________

DNI: ____________________

Nro. hojas entregadas: ____________________

Ejercicio 3. Probar por inducción: $\forall n \in \mathbb{N} : \Big[\sum_{j=1}^{n} q^j = \dfrac{q^{n+1}-1}{q-1} - 1\Big]$ (para $q \neq 1$).

Álgebra 1 - 25/abril/2017 - Parcialito 1

Nombre y Apellido: ____________________

DNI: ____________________

Nro. hojas entregadas: ____________________

Ejercicio 4. Probar por inducción: $\forall n \in \mathbb{N} : \Big[\sum_{i=1}^{n} \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}\Big]$.

Álgebra 1 - 25/abril/2017 - Parcialito 1

Nombre y Apellido: ____________________

DNI: ____________________

Nro. hojas entregadas: ____________________

Ejercicio 5. Probar por inducción: $\forall n \geq 3 : [(n+1)^2 < 2n^2]$.

Álgebra 1 - 02/mayo/2017 - Parcialito 2

Nombre y Apellido: ______________________________
DNI: ______________________________

Ejercicio 1. Se desean repartir 15 alfajores entre 7 niños ¿De cuantas maneras puede hacerse?
Elegir la respuesta correcta (rodeándola con un círculo) y justificar.

(a) $\binom{15+7-1}{7-1}$

(b) $\binom{15-1}{7-1}$

(c) $\binom{15+7}{7}$

(d) Ninguna de las anteriores.

Álgebra 1 - 02/mayo/2017 - Parcialito 2

Nombre y Apellido: ______________________________
DNI: ______________________________

Ejercicio 2. Hay un grupo de 5 mujeres y 9 varones, y se desea elegir dos representantes que sean del mismo sexo ¿de cuántas maneras puede hacerse?
Elegir la respuesta correcta (rodeándola con un círculo) y justificar.

(a) $\binom{5+9}{2}$

(b) $\binom{5+9-1}{2-1}$

(c) $\binom{5}{2} + \binom{9}{2}$

(d) Ninguno de los anteriores.

Álgebra 1 - 02/mayo/2017 - Parcialito 2

Nombre y Apellido: ______________________________
DNI: ______________________________

Ejercicio 3. ¿Cuántos anagramas, con o sin sentido, se pueden lograr con todas las letras de la palabra **ARGENTINA** si las letras **R** y **G** deben estar juntas?
Elegir la respuesta correcta (rodeándola con un círculo) y justificar.

(a) $\frac{9!}{2! \cdot 2!}$

(b) $\binom{9}{2}$

(c) $\frac{(9-1)! \cdot 2!}{2! \cdot 2!}$

(d) Ninguna de las anteriores.

Álgebra 1 - 02/mayo/2017 - Parcialito 2

Nombre y Apellido: ______________________________
DNI: ______________________________

Ejercicio 4. Con 27 piedras preciosas todas diferentes se quiere armar un collar ¿de cuántas maneras puede hacerse?
Elegir la respuesta correcta (rodeándola con un círculo) y justificar.

(a) 27!

(b) $(27-1)! \cdot 2$

(c) $(27-1)!$

(d) Ninguna de las anteriores

Álgebra 1 - 30/mayo/2017 - Parcialito 3

Nombre y Apellido: ____
DNI: ____

Ejercicio 1. Hallar el plano P que pasa por los puntos $A = (2, 0, -3)$, $B = (0, -1, 1)$, $C = (2, 3, 3)$, expresándolo en forma vectorial, y representarlo gráficamente, indicando un punto del plano, y dos rectas distintas que están sobre el plano y que pasan por ese punto.

Álgebra 1 - 30/mayo/2017 - Parcialito 3

Nombre y Apellido: ____________________
DNI: ____________________

Ejercicio 2. Hallar el plano P que pasa por los puntos $A = (1, 4, 0)$, $B = (2, -2, 3)$, $C = (0, 1, -1)$, expresándolo en forma vectorial, y representarlo gráficamente, indicando un punto del plano, y dos rectas distintas que están sobre el plano y que pasan por ese punto.

Álgebra 1 - 30/mayo/2017 - Parcialito 3

Nombre y Apellido: ______________________________

DNI: ______________________________

Ejercicio 3. Hallar el plano P que pasa por los puntos $A = (2, -1, -2)$, $B = (4, 1, 1)$, $C = (0, 2, -1)$, expresándolo en forma vectorial, y representarlo gráficamente, indicando un punto del plano, y dos rectas distintas que están sobre el plano y que pasan por ese punto.

Álgebra 1 - 30/mayo/2017 - Parcialito 3

Nombre y Apellido: ____
DNI: ____

Ejercicio 4. Hallar el plano P que pasa por los puntos $A = (1, -1, 4)$, $B = (2, -2, 3)$, $C = (-2, 4, 3)$, expresándolo en forma vectorial, y representarlo gráficamente, indicando un punto del plano, y dos rectas distintas que están sobre el plano y que pasan por ese punto.

Álgebra 1 - 16/06/2017 - Parcialito 4

Nombre y Apellido: ____
DNI: ____

Consigna. Hallar el vector n normal al plano P que pasa por el punto $A = (0, 1, 2)$, y que es paralelo a los vectores $u = (1, -1, 2)$ y $v = (2, 3, -1)$, y luego expresar la ecuación escalar de dicho plano.

Álgebra I - Trabajo Práctico

Límite para entregar: 27/Junio/2017

Nombre y Apellido: ______________________________
DNI: ______________________________
Nota obtenida: ______________________________

1. En los siguientes ejemplos, completar cuadrados, hallar la expresión de la cónica correspondiente (circunferencia, parábola, elipse, hipérbola), y esbozar un gráfico.

   (a) $9x^2 + 16y^2 - 36x + 96y + 36 = 0$
   (b) $2x^2 + 2y^2 - 8x - 12y + 8 = 0$
   (c) $9x^2 - 25y^2 = 900$
   (d) $(y - 1)^2 = 4x - 16$

2. Dado el plano $x + 2y + 3z = 6$, hallar los puntos de intersección con los ejes de coordenadas, y usarlos como guías para esbozar un gráfico de dicho plano.

3. Hallar los autovalores de la siguiente matriz, mostrando los pasos del procedimiento:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

   Usar la definición de autovector para comprobar cuáles de los siguientes vectores son autovectores de A, y a qué autovalor corresponden.

$$v_1 = (0, 6, 2), \quad v_2 = (3, -2, -1), \quad v_3 = (0, 0, 0), \quad v_4 = (1, 2, -2).$$

ÁLGEBRA I - RECUPERATORIO - 27/JUNIO/2017

TEMA 1

NOMBRE: ______________________________
APELLIDO: ______________________________
DNI: ______________________________
CANTIDAD HOJAS ENTREGADAS: ______________________________

NOTA OBTENIDA: ______________________________

1. (a) Expresar las raíces quintas del número complejo $z = 1 + \sqrt{3}i$.
(Dato: tener en cuenta que $\arctan\sqrt{3} = \pi/3$).

(b) Sean z_1, z_2, z_3, números complejos, tales que $\arg z_1 = \pi/3$, $\arg z_2 = 3\pi/4$, $\arg z_3 = 2\pi/5$, ¿cuál es el argumento de $z = z_1 z_2 z_3$?

2. Sea el polinomio $P(x) = 16 - 16x - 8x^2 + 16x^3 - 7x^4 + x^5$. Sabiendo que $x = 2$ es una raíz de $P(x)$, ¿cuál es su multiplicidad?

3. Usar el método de Gauss para buscar hallar las raíces y factorizar el polinomio

$$Q(x) = -4 - 24x - 35x^2 + 6x^3 + 9x^4.$$

4. Sean

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 3 & -3 \\ 4 & -4 & 5 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Calcular el determinante y la inversa de la matriz $C = A + B$.

5. Aplicar el método de escalonamiento para resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x - y + z + t = 4 \\ 3y - 2z + 4t = 0 \\ 3x - 2t = 1 \\ -x + 2y - 3z = -5 \end{cases}$$

6. [ESTE EJERCICIO SÓLO LO HACEN QUIENES TIENEN APROBADO 0 ó 1 PARCIALITO]

(a) Demostrar por inducción:

$$\forall n \in \mathbb{N} : \sum_{j=1}^{n} (4n)^2 = \frac{8n(n+1)(2n+1)}{3}$$

(b) Sea P un plano que pasa por los puntos $A = (1, 0, -3)$, $B = (2, 2, 2)$, $C = (-1, 1, 4)$. Obtener un vector normal al plano.

7. [ESTE EJERCICIO SÓLO LO REALIZAN QUIENES NO HAN ENTREGADO EL TRABAJO PRÁCTICO]
Dadas las siguientes ecuaciones cuadráticas, indicar si corresponden a: circunferencia, elipse, parábola, hipérbola. Justificar hallando la ecuación canónica correspondiente.

(a) $$x^2 + y^2/9 - 2x + 2y/3 + 1 = 0.$$

(b) $$x^2 - y^2 - 2y - 2 = 0.$$

8. [ESTE EJERCICIO SÓLO LO REALIZAN QUIENES NO HAN ENTREGADO EL TRABAJO PRÁCTICO]
Determinar los autovalores de la siguiente matriz, y determinar de cuál de ellos $v = (2, -14, -4)$ es un autovector asociado.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -3 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Álgebra I - Recuperatorio - 27/junio/2017

TEMA 2

Nombre: ____________________
Apellido: ____________________
DNI: ____________________
Cantidad hojas entregadas: ____________________

Nota obtenida: ____________________

1. (a) Expresar las raíces quintas del número complejo $z = \sqrt{3} + i$.
(Dato: tener en cuenta que $\arctan(1/\sqrt{3}) = \pi/6$).

(b) Sean z_1, z_2, z_3, números complejos, tales que $\arg z_1 = 2\pi/5$, $\arg z_2 = \pi/4$, $\arg z_3 = 4\pi/3$, ¿cuál es el argumento de $z = z_1 z_2 z_3$?

2. Sea el polinomio $P(x) = -54 - 81x - 18x^2 + 16x^3 + 8x^4 + x^5$. Sabiendo que $x = -3$ es una raíz de $P(x)$, ¿cuál es su multiplicidad?

3. Usar el método de Gauss para buscar hallar las raíces y factorizar el polinomio

$$Q(x) = -3 - 14x - 19x^2 - 4x^3 + 4x^4.$$

4. Sean

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -3 \\ 4 & -4 & -5 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Calcular el determinante y la inversa de la matriz $C = A + B$.

5. Aplicar el método de escalonamiento para resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x - y + z + 2t = 5 \\ 3y - 2z - t = 4 \\ 3x = -1 \\ -x + 2y - 3z \quad -3t = 0 \end{cases}$$

6. [ESTE EJERCICIO SÓLO LO HACEN QUIENES TIENEN APROBADO 0 ó 1 PARCIALITO]

(a) Demostrar por inducción:

$$\forall n \in \mathbb{N} : \sum_{j=1}^{n} (3n)^2 = \frac{3n(n+1)(2n+1)}{2}$$

(b) Sea P un plano que pasa por los puntos $A = (-3, 0, 1)$, $B = (1, 1, 1)$, $C = (-4, 1, 1)$. Obtener un vector normal al plano.

7. [ESTE EJERCICIO SÓLO LO REALIZAN QUIENES NO HAN ENTREGADO EL TRABAJO PRÁCTICO]
Dadas las siguientes ecuaciones cuadráticas, indicar si corresponden a: circunferencia, elipse, parábola, hipérbola. Justificar hallando la ecuación canónica correspondiente.

(a) $$9x^2 - 4y^2 - 24y - 72 = 0.$$

(b) $$y^2 - 2x + 1 - 8x + 8 = 0.$$

8. [ESTE EJERCICIO SÓLO LO REALIZAN QUIENES NO HAN ENTREGADO EL TRABAJO PRÁCTICO]
Determinar los autovalores de la siguiente matriz, y determinar de cuál de ellos $v = (6, 9, 3)$ es un autovector asociado.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & 5 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Álgebra I - Examen Final- 05/julio/2017

TEMA 1

Nombre: ____________________

Apellido: ____________________

DNI: ____________________

Cantidad hojas entregadas: ____________________

Nota obtenida: ____________________

1. Demostrar por inducción:

$$\forall n \in \mathbb{N} : \prod_{j=1}^{n} 3^{2j} = 3^{n^2+n}.$$

2. Graficar el conjunto de soluciones en el plano complejo de la ecuación, y justificar:

$$2 \leq |z + 3 - i| \leq 3.$$

3. Se tiene como dato que $P(x)$ es un polinomio de grado 6 cuyas raíces son $3 - i$, $3 + i$, $-2/3$ y 1 (esta última con multiplicidad 3).

(a) ¿Cuál es ese polinomio?

(b) ¿Cómo se factoriza de forma irreducible en $\mathbb{R}[x]$?

(c) ¿Cómo se factoriza de forma irreducible en $\mathbb{C}[x]$?

4. Aplicar el método de Gauss (escalonamiento) para invertir la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 3 & 0 \\ 4 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & -1 \end{bmatrix}$$

5. Sea P un plano que pasa por los puntos $A = (-1, 4, 2)$, $B = (1, 0, -1)$, $C = (0, 1, 2)$. Obtener un vector normal al plano.

Obtener también la ecuación escalar del plano.

6. Determinar los autovalores de la siguiente matriz, y determinar de cuál de ellos $v = (2, -14, -4)$ es un autovector asociado.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -3 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ÁLGEBRA I - EXAMEN FINAL - 05/JULIO/2017

TEMA 2

NOMBRE: ______________________________

APELLIDO: ______________________________

DNI: ______________________________

CANTIDAD HOJAS ENTREGADAS: ______________________________

NOTA OBTENIDA: ______________________________

1. Demostrar por inducción:

$$\forall n \in \mathbb{N} : \prod_{j=1}^{n} 5^{2j-1} = 5^{n^2}.$$

2. Graficar el conjunto de soluciones en el plano complejo de la ecuación, y justificar:

$$1 < |z - 2 + i| \leq 4.$$

3. Se tiene como dato que $P(x)$ es un polinomio de grado 6 cuyas raíces son $3 - i$, $3 + i$, $-2/3$ y 1 (esta última con multiplicidad 3).

(a) ¿Cuál es ese polinomio?

(b) ¿Cómo se factoriza de forma irreducible en $\mathbb{R}[x]$?

(c) ¿Cómo se factoriza de forma irreducible en $\mathbb{C}[x]$?

4. Aplicar el método de Gauss (escalonamiento) para invertir la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & -1 \end{bmatrix}$$

5. Sea P un plano que pasa por los puntos $A = (1, 1, -2)$, $B = (1, 1, 1)$, $C = (-4, 3, 2)$. Obtener un vector normal al plano.

Obtener también la ecuación escalar del plano.

6. Determinar los autovalores de la siguiente matriz, y determinar de cuál de ellos $v = (6, 9, 3)$ es un autovector asociado.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & 5 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Álgebra I - Examen Final- 02/agosto/2017

Nombre: __________
Apellido: __________
DNI: __________
Cantidad hojas entregadas: __________

Nota obtenida: __________

1. Graficar el conjunto de soluciones en el plano complejo de la ecuación, y justificar:

$$5 \geq |z - 1 + 2i| > 3.$$

2. Se tiene como dato que $P(x)$ es un polinomio de grado 5 cuyas raíces son $\sqrt{2} - i$, $\sqrt{2} + i$, $1/8$ y -2 (esta última con multiplicidad 2).

(a) ¿Cuál es ese polinomio?

(b) ¿Cómo se factoriza de forma irreducible en $\mathbb{R}[x]$?

(c) ¿Cómo se factoriza de forma irreducible en $\mathbb{C}[x]$?

3. Aplicar el método de Gauss (escalonamiento) para invertir la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 & -2 & 3 \\ 1 & -2 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & -3 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

4. En un juego en el que se arrojan 5 dados (cada uno está numerado del 1 al 6) el objetivo es formar escalera. ¿De cuántas maneras es posible lograr esto? Justifique su respuesta.

[Para visualizar mejor el problema, imagine además que los dados son de diferentes colores.]

5. Sea P un plano que pasa por los puntos $A = (0, 1, -3)$, $B = (1, 0, 1)$, $C = (-2, 3, 1)$. Obtener un vector normal al plano.

Obtener también la ecuación escalar del plano.

6. Determinar los autovalores de la siguiente matriz, y determinar a cuál de ellos le corresponde como autovector el vector $v = (4, -2, -12)$.

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$